

https://doi.org/10.51885/3134-8009_IJS_2026_1_4

МРНТИ 73.31.11

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЛОКАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАССИРОВКИ ТРАНСПОРТНО-ЛОГИСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ

АВТОМОБИЛЬ ЖОЛДАРЫНЫҢ КӨЛІК-ЛОГИСТИКАЛЫҚ ЖЕЛІЛЕРІН САЛУДАҒЫ ШАҒЫН БӨЛІКТЕРІН ОҢТАЙЛАНДЫРУ ДЫҢ ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРІ

GEOMETRIC MODELS OF LOCAL OPTIMIZATION OF TRACING TRANSPORT AND LOGISTICS NETWORKS OF HIGHWAYS

К.А. Куспеков  ^{1*}

¹Казахский национальный исследовательский технический университет
имени К.И. Сатпаева, г. Алматы, Казахстан

*Автор-корреспондент: Куспеков Кайырбек Амиргазыулы, k.kuspekov@satbayev.university

Ключевые слова:

Геометрическая модель,
конфигурация,
оптимизация, полярная
сеть Штейнера, расстояния,
полярная система
координат, полярная
метрика,
криволинейный
четырёхугольник.

АННОТАЦИЯ

Трассировка и построения оптимальной конфигурации сети являются одними из основных задач логистики. Статья посвящена совершенствованию методов дискретно-локальной оптимизации трассировки транспортно-логистических сетей автомобильных дорог. Основной целью является определение кратчайшего расстояния доставки грузов от места погрузки до места разгрузки, отвечающего предварительно заданным требованиям. Для решения задачи систематизированы и обобщены различные варианты геометрических моделей сети с полярной метрикой. Исходя из метода наименьшего удлинения, сформулирован и разработан алгоритм построения трассировки локальной сети для четырех пунктов. Трассировка сети принадлежит к экстремальным и классу NP-трудных задач дискретной оптимизации. Требуемая конфигурация сети достигается добавлением точки Штейнера. Алгоритм позволяет учитывать обход препятствия и построить кратчайший маршрут дороги. Построенная конфигурация сети состоит из радиальных отрезков и дуг окружностей. Суммарная длина отрезков дуг и окружностей должна быть минимальной.

Түйінді сөздер:

Геометриялық модель,
кофигурация,
оңтайландыру, Штейнердің
полярылық желісі,
қашықтық, полярылық
координаталар жүйесі,
полярылық метрика, қисық
Сызық төрбұрыш

ТҮЙІНДЕМЕ

Көлік-логистикалық желінің оңтайлы конфигурациясының моделін салу, логистиканың негізгі есептерінің бірі. Мақала автомобиль жолдарының көлік-логистикалық желілерінің шағын бөліктерін оңтайландыру әдістерін жетілдіруге арналған. Негізгі мақсат жүктерді тиеу орнынан түсіру орнына дейін жеткізу және алдын ала берілген талаптарды қанағаттандыратын ең қысқа полярылық желіні, қысқа қашықты жол салу. Есепті шешу үшін желілердің геометриялық модельдерінің әртүрлі нұсқалары жүйеленген және



© 2026 К.А. Куспеков

Данная работа распространяется на условиях лицензии Creative Commons «С указанием авторства» 4.0 Международная (CC BY 4.0). <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

жалпыланған. Ең қысқа аралықты анықтау әдісін қолданып төрт нүктені жалғайтын желінің шағын бөліктерін салудың алгоритмі тұжырымдалған және жасалған. Желілерді салу дискретті оңтайландырудың экстремалды және NP-қиын есептер санатына жатады. Талапты қанағаттандыратын желінің конфигурациясы Штейнер нүктесін енгізу арқылы жүзеге асады. Алгоритм бөгеттерді айналып өтіп қысқа қашық жолдарды салуға септігін тигізеді. Салынған желінің конфигурациясы радиалды кесінділер мен шеңбер доғаларынан тұрады. Доғалар мен кесінділердің жалпы ұзындығы минималды болуы керек.

Keywords:

geometric model,
configuration, optimization,
Steiner polar network,
distances, polar coordinate
system, polar metric,
curved quadrilateral.

АБСТРАКТ

Tracing and building an optimal network configuration is one of the main tasks of logistics. The article is devoted to improving the methods of discrete local optimization of tracing transport and logistics networks of highways. The main goal is to determine the shortest distance of cargo delivery from the place of loading to the place of unloading that meets the specified requirements in advance. To solve the problem, various variants of geometric network models with a polar metric are systematized and generalized. Based on the method of least elongation, an algorithm for tracing a local network for four points is formulated and developed. Network tracing belongs to the extreme and class of NP-hard discrete optimization problems. The required network configuration is achieved by adding a Steiner point. The algorithm allows you to take into account the obstacle avoidance and build the shortest route of the road. The constructed network configuration consists of radial segments and arcs of circles. The total length of the arcs and circles should be minimal.

ВВЕДЕНИЕ

Эффективность работы и дальнейшее развитие рыночных отношений зависят от взаимодействия поставщика и потребителя. В контексте данных отношений решение вопроса своевременной доставки товаров и повышения ее качества остается открытым. Здесь важную роль играет логистика перевозок, которая занимается проблемами нахождения оптимальных маршрутов поставки грузов, удовлетворяющих социальные потребности потребителей и экономические выгоды поставщиков (Nerush, 2019). Так как время доставки грузов является важнейшим критерием логистики, при проектировании сети автомобильных дорог или ее реконструкции важнейшей задачей является нахождение кратчайшего пути маршрута. Поэтому государства в своих стратегических программах развития сети автомобильных дорог закладывают возможные перспективные пути дальнейшего ее развития. Соответственно этим показателям указываются объемы финансирования (Khalturin, 2011). Положительное решение таких задач логистики достигается разработкой и применением новых геометрических моделей сети автомобильных дорог. На практике геометрические модели отображают реальные маршруты и позволяют проанализировать другие варианты пути доставки грузов. Появляется возможность рассчитать другие критерии: скорость движения транспорта, расстояние между пунктами назначения и другие. Проблемы построения маршрутов транспортных средств в обход опасных участков пути показывают важность выбора оптимальной конфигурации сети дорог на примере и анализе дорожно-транспортных происшествий, случившихся в Спрингфилде в 2013–2018 годах (Герштейн, 2022). С учетом всех этих факторов можно выделить, что основным при практическом решении задачи трассировки транспортно-логистической сети автомобильных дорог является построение разветвленной конфигурации сети кратчайшей длины. Здесь важно построить возможные

объезды так называемых карстовых зон на пути, которые могут быть искусственного или природного происхождения. Геометрические элементы трассы с точки зрения длины, протяженности, а также расположения трассы на определенной поверхности рельефа влияют на ее строительную стоимость. При определении и выборе оптимальной конфигурации сети автомобильных дорог эффективно применять методы синтеза, позволяющие определять расстояния от начального пункта погрузки груза до конечного пункта доставки. В настоящее время широкое применение получил вероятностный метод дорожной карты PRM (Probabilistic Road Map), который позволяет построить трассу в обход препятствий на пути. Следует отметить, что этот метод применяется при проектировании магистральных трасс.

Методами теории графов разработан программный комплекс оптимизации маршрутов перемещения транспортных средств (Жигалов, 2020). В этой работе основным критерием является выбор кратчайшего маршрута транспорта от пункта погрузки до пункта доставки, учтены характеристики дорог топографической поверхности местности, координаты пунктов места погрузки и конечного пункта доставки. Здесь не рассматривается кривизна дорог как один из факторов, влияющих на оптимальность сети. В контексте анализа и решения вышеуказанных задач актуальным является совершенствование методов дискретно-локальной оптимизации трассировки распределительных сетей автомобильных дорог с применением построения геометрических моделей, позволяющих строить дороги с обходом препятствий, минимальной протяженности и определять формы оптимальной кривой в отдельных участках, удовлетворяющие требованиям проектирования.

Постановка задач. Проектирование автомобильных дорог включает несколько этапов. Важным из них является построение оптимальной конфигурации транспортно-логистической сети дорог. В результате трассировки определяется несколько вариантов областей маршрутов. На пути трассировки могут возникнуть ограничения в виде карстовых зон, тогда требуется выбрать другой маршрут или построить трассу в обход этих зон. Как известно, трассировка принадлежит к экстремальным и NP-трудным задачам дискретной оптимизации. Основной целью оптимизации сети является определение рациональных маршрутов доставки продуктов потребления от поставщиков к потребителям и достижение максимального коэффициента использования пробега автомобиля. В основу разрабатываемых геометрических моделей локальной оптимизации трассировки транспортно-логистических сетей должны быть положены следующие требования:

- геометрическая модель сети должна максимально отображать реальную трассировку дороги;
- конфигурация трассы должна отображать несколько вариантов маршрутов, соединяющих все заданные пункты назначения;
- наличие альтернативных трасс обхода карстовых зон;
- автомобильные дороги должны иметь минимальную строительную стоимость;
- разработанная конфигурация модели сети стратегически должна способствовать дальнейшему развитию дороги в плане застройки города.

Стоимость строительства и эксплуатации дорог зависит от рельефа топографической поверхности местности и от характеристики дорог, в первую очередь от длины участка дороги. Разработанная геометрическая модель и конфигурация трассировки сети позволяют проанализировать и выбрать дорогу, удовлетворяющую таким требованиям. Для решения проблемы рассматриваются криволинейные трассы с учетом обхода препятствий, которые можно аппроксимировать отрезками прямых и дуг окружностей. Строится конфигурация сети с полярной метрикой. Дискретная оптимизация локальной сети автомобильной дороги для заданных четырех пунктов состоит из этапов:

- 1) Определить количество дополнительно вводимых пунктов;
- 2) Определить координаты этих пунктов;
- 3) Построить линии, огибающие препятствия на пути и соединяющие заданные и дополнительно вводимые пункты;
- 4) Суммарная длина сети должна быть минимальной.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Важность геометрических методов и графиков в вопросах оптимизации структуры автомобильных дорог обоснована в работе (Немчинов, 2016), где для практической реализации в проектировании и строительстве дорог предлагаются различные структуры трассировки сети в виде радиальной, радиально-кольцевой, прямоугольной, прямоугольно-диагональной, треугольной, комбинированной и других.

Оптимизация криволинейного участка, когда трассы состоят из прямолинейных участков и для сопряжения связывающих две точки применяются кривые типа параболы и окружности больших радиусов, описаны в (Плехова, 1998). Этот класс задач возникает при проектировании автомобильных дорог. В этих исследованиях рассматривается только оптимальная кривизна трассы, вляющая на различные ограничения при проектировании дорог.

Геометрические модели транспортных сетей логистики с евклидовой метрикой для пяти пунктов (Kuspekov, 2016) и для заданного множества пунктов с ортогональной и евклидовой метриками исследованы и описаны (Kuspekov, 2023). На практике проектирования сети логистики автомобильных дорог наряду с евклидовой и ортогональной метриками важное значение имеет применение полярных расстояний. При проектировании трассы дорог, особенно при определении кратчайшего пути в обход препятствий, удобно использовать геометрические модели, состоящие из отрезков прямых и дуг окружностей. Такие модели исследованы для физических пространств на плоскости с полярной метрикой (Есмуханов, Куспеков, 2005).

Рассмотрим задачу построения кратчайших дугорадиальных линий, соединяющих заданные точки M_1, M_2, M_3 и M_4 . Пусть в фиксированной области точками M_1, M_2, M_3 и M_4 имеются ограничения в виде различных препятствий на пути трассы. В такой постановке задачи предлагается применить топологию для четырех точек (Куспеков, 2011). Оптимальная конфигурация сети достигается добавлением дополнительной точки Штейнера по аналогии решения транспортных задач с ортогональной и евклидовой метриками. Точка Штейнера позволяет построить сеть минимальной длины и различные варианты соединения фиксированных точек в зоне подвижности сети. Точки соединяются радиальными и дуговыми отрезками окружности. Для построения оптимальной конфигурации автомобильных дорог и трассировки используем алгоритм, позволяющий построить кратчайшие линии, связующие заданное множество точек плоскости (Куспеков, 2023):

- 1 шаг. Вычисляются расстояния между всеми парами заданных точек.
- 2 шаг. Методом сравнительного анализа выбираются две точки M_i и M_j . Выбираем точки с наименьшими расстояниями. Соединяем эти точки, которые образуют кратчайшее дерево Штейнера, $КДШ_2$.
- 3 шаг. Сравниваем расстояние между группами из t точек и строим кратчайшее дерево Штейнера, образуется кратчайшее дерево $КДШ_t$.
- 4 шаг. Строим кратчайшее дерево Штейнера $КДШ_{t+1}$ для группы из $t+1$ точек.
- 5 шаг. Здесь требуется определить очередную $t+1$ точку, присоединяемую к дереву.
- 6 шаг. В общем случае к $КДШ_{t+1}$ присоединяется $КДШ_t$ (3 шаг) в деформированном виде.

7 шаг. Могут оказаться точки, не вошедшие в КДШ. При необходимости соединить такие две точки, которые расположены ближе друг к другу.

8 шаг. Такие точки могут образовать новые группы соединяемых точек, которые образуют новые кратчайшие поддерева.

9 шаг. Кратчайшие поддерева, образованные при 7 шаге, присоединяются друг к другу на основе ближайшего расстояния КДШ; при каждом отдельном шаге его построения.

10 шаг. Формируется конфигурация сети на плоскости, заданной точками M_1, M_2, M_3 и M_4 с карстовыми зонами на пути трассы. Строятся огибающие эти зоны линии в виде дуг окружности.

Такой подход является одним из рациональных способов выбора формы криволинейного участка трассы, соединяющего заданные точки в обход препятствий, в виде дуг окружности, позволяющий учитывать и другие критерии, предъявляемые к кривизне трассы.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

Для решения поставленной инженерно-экономической задачи строим полярную сеть Штейнера. Далее более подробно изучим различные пути дугорадиальных маршрутов, соединяющих две фиксированные точки в выбранной зоне подвижности сети. Для этого рассмотрим фиксированную полярную систему координат (Есмухан, Куспеков, 2005). На рисунке 1 изображены полюс O и полярная ось единичного отрезка $|Op|$. Если точка M данной плоскости не совпадает с полюсом O , тогда положения этой точки M описываются как $p = |OM|$, формула выражает расстояние, p и φ – полярные координаты точки M . Угол отсчитывается против часовой стрелки ($p > 0$). На рисунке 2 показаны возможные пути перемещения от точки M_1 к точке M_2 по дугам концентрических окружностей с центром в полюсе O и радиальным отрезкам. Как известно, полярный радиус p изменяется от нуля до бесконечности, а полярный угол φ – от нуля до 2π .

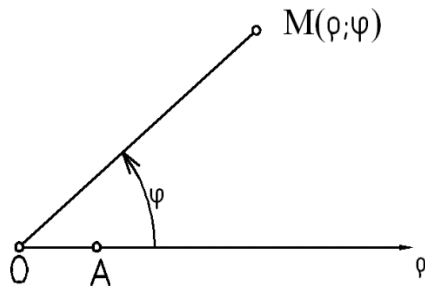


Рисунок 1. Точка M в полярной системе
Примечание – составлено автором на основе (Есмуханов, Куспеков, 2005)

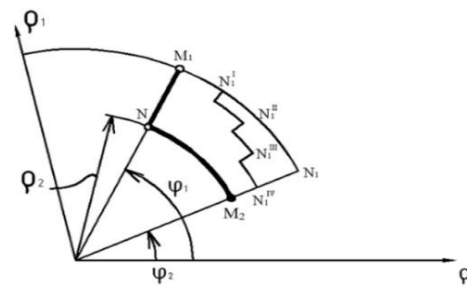


Рисунок 2. Дугорадиальные отрезки
Примечание – составлено автором на основе (Есмуханов, Куспеков, 2005)

Рассмотрим возможные пути перемещения от точек M_1 и M_2 . Множество всех возможных линий, связывающих M_1 и M_2 , образует четырехугольник $M_1N^1VM_2N$, две стороны M_1N^1 и NN^1V которого образуют дуги концентрических окружностей, а две стороны M_1N и N_1M_2 – отрезки прямых. Один из возможных путей $M_1N^1N^1N^1''N^1'''N^1''''N^1V M_2$ показан на рисунке 2, он состоит из четырех дуг $M_1N_1^1, N^1N_1^1, N^{111}N_1^{111}, N^{111}N_4^1V$) и четырех радиальных отрезков $[N^1N_1], [N_1^{11}N^{11}], [N_1^{111}N^{111}], [N^1VM_2]$. Очевидно, что кратчайшая линия, связывающая точки M_1 и M_2 , состоит из отрезка M_1N прямой дуги NM_2 окружности, что выделено на рисунке 2 жирной линией. На плоскости

с полярной системой координат отметим четыре точки общего положения M_1, M_2, M_3 и M_4 . Координаты точек известны. Далее применим результаты проведенных исследований (Куспеков, 2011), где построены различные варианты топологии кратчайшего дерева для четырех точек с полярной метрикой. Проведенный анализ работ показал, что результаты данных исследований практически не применялись для изучения конфигурации транспортных сетей логистики. В таком контексте построение геометрической модели дискретно-локальной оптимизации сети логистики автомобильных дорог рассматривается с некоторыми условными ограничениями на пути трассировки дороги. Данную модель сети с полярной метрикой для четырех локальных точек и ее построенную конфигурацию на практике отражают изображения реальных сетей логистики автомобильных дорог. Если в полярной системе координат из центра O провести множество концентрических окружностей и радиальных прямых, образуется ортогональная полярная сеть.

На плоскости относительно фиксированной полярной системы координат заданы q_1M_1 (ρ_1, φ_1); q_2M_2 (ρ_2, φ_2); q_3M_3 (ρ_3, φ_3); и q_4M_4 (ρ_4, φ_4). Расположение точек общего положения показано на рисунке 3. Требуется построить оптимальную конфигурацию сети в виде кратчайшего дерева Штейнера, отвечающую заранее заданным требованиям в реальных условиях. Соединяем точки линией кратчайшей длины так, чтобы суммарная длина была минимальной. Весовые коэффициенты в заданных точках q_1, q_2, q_3 и q_4 имеют различные значения. На практике эти коэффициенты отражают различные экономические показатели. Далее соединяем точки радиальными и дуговыми отрезками. Образуется заштрихованная зона, назовем ее криволинейным четырехугольником с вершинами в точках $M_1N^I N^{II} N^{III}$. Допустим, в зоне подвижности сети имеется некоторое количество условных препятствий, так называемых карстовых зон, ограничивающих трассировку сети и маршрут движения. В обход этих массивов препятствий точки M_1, M_2, M_3 и M_4 можно соединить различными путями дугорадиальных отрезков и получить другие конфигурации кратчайшего дерева Штейнера – KD4. Задача построения заключается в поиске точек Штейнера.

Точки Штейнера N позволяют построить оптимальную конфигурацию сети и различные варианты соединения заданных точек. Рассмотрев и сравнив все варианты, необходимо выбрать конфигурацию сети, которая имеет минимальную суммарную длину, отвечающую предварительно заданным требованиям. С центром в точке O проведем дуговые отрезки M_3N^I и $N^{II} N^{III}$, а также радиальный отрезок M_4N . Данный подход позволяет построить множество криволинейных четырехугольников, что позволяет рассмотреть другие виды соединения точек. В нашем случае получается четыре криволинейных четырехугольника. Проведем построения сети:

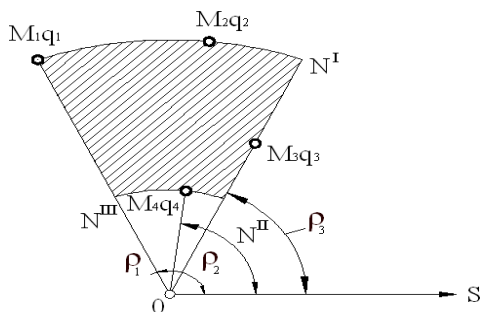


Рисунок 3. Зона подвижности сети с пунктами четырех пунктов $M_1M_2M_3M_4$
Примечание – составлено автором на основе (Куспеков, 2011)

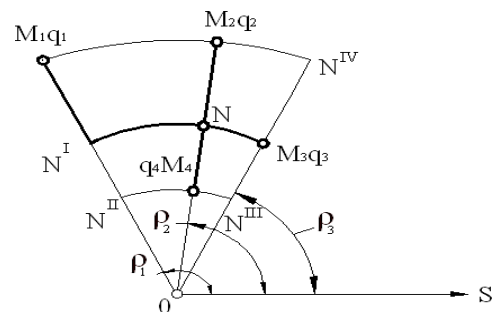


Рисунок 4. Конфигурация сети для препятствий с учетом условного обхода
Примечание – составлено автором на основе (Куспеков, 2011)

1 шаг. В криволинейном четырехугольнике $M_3NM_4N^{111}$, рисунок 4, отрезок $M_4N=M_3N^{111}$, а отрезок M_4N^{111} меньше NM_3 . Соединяем точки кратчайшим расстоянием $M_3N^{111}M_4$, образуется KD_2 .

2 шаг. Сравниваем расстояние от отрезка $M_3N^{111}M_4$ (KD_2) до точек M_2M_1 . Точку M_3 соединяем с точкой M_4 через точку Штейнера N , образуется кратчайшее дерево KD_2 .

3 шаг. Сравниваем расстояние от KD_2 до точек M_1M_2 . Соединяем точки M_4 и M_2 как близлежащие через точку Штейнера N . Строится кратчайшее дерево KD_3 .

4 шаг. Соединяем точку M_1 дугорадиальным отрезком с KD_3 через узловую точку N^1 . Строится кратчайшее дерево KD_4 .

На рисунке 4 показан окончательный вариант конфигурации сети. Применение топологии (Куспеков, 2011) показывает, что можно построить множество вариантов конфигурации сети, которое является эффективным инструментом применительно к построению сети логистики и определению маршрутов движения транспорта, а также решает другие задачи логистики. Полярная сеть Штейнера, построенная кратчайшими связующими линиями для точек M_1, M_2, M_3 и M_4 , является оптимальной. Суммарная длина L для этого KD_4 складывается из следующих отрезков:

$$L = |M_1N^1| + |N^1N| + |NM_3| + |M_2N| + |NM_4| = |M_1N^1| + |N^1M_3| + |M_2M_4|$$

Запишем суммарную длину сети в такой формуле: $L = |\rho_1 - \rho_3| + |\rho_3(\varphi_1 - \varphi_3)| + |\rho_2 - \rho_4|$. Суммарная длина конфигурации сети, образованная соединением точек M_1, M_2, M_3, M_4 через узловую точку Штейнера дугорадиальными отрезками, вычисляется формулами (1) и (2).

$$L = \sum \sum q_{ij} d^{ij}, \quad (1)$$

где: q_{ij} – коэффициент затрат на строительство и эксплуатацию и другие стоимости, d – расстояние между точками i и j . Известно, что любую функцию, зависящую от расположения точек M_1 и M_2 , можно рассматривать как расстояние между ними, если эта функция является всегда положительной и симметричной, а также имеет место так называемое неравенство треугольника, кроме того, эта функция должна быть невырожденной. Действительно, функция (1) обладает указанными свойствами расстояния:

1) $d(M_1, M_2) \geq 0$, т. е. функция (1) всегда является положительной;

2) $d(M_1, M_2) = d(M_2, M_1)$ (симметричность); расстояние от точки M_1 до точки M_2 равно расстоянию от точки M_2 до точки M_1 ;

3) расстояние от точки M_1 до точки M_2 равно или меньше суммы расстояний между точками M_1M_3 и между точками M_3, M_2 , т. е. $d(M_1, M_2) \leq d(M_1, M_3) + d(M_3, M_2)$ (неравенство треугольника);

4) $d(M_1, M) = 0$ тогда и только тогда, когда точки M_1 и M_2 совпадают (невырожденность).

Расстояние между точками M_1 и M_2 определяется по формуле:

$$d(M_1, M_2) = \begin{cases} \rho_1 + \rho_2, & \text{если } |\varphi_1 - \varphi_2| \geq 2, \\ |\rho_1 - \rho_2| + |\rho_1(\varphi_1 - \varphi_2)|, & \text{если } |\varphi_1 - \varphi_2| < 2 \text{ и } \rho_1 < \rho_2, \\ |\rho_1 - \rho_2| + |\rho_2(\varphi_1 - \varphi_2)|, & \text{если } |\varphi_1 - \varphi_2| < 2 \text{ и } \rho_1 > \rho_2. \end{cases} \quad (2)$$

Алгоритм построения трассировки локальной сети для четырех пунктов

1 шаг. Определяется территория трассировки локальной транспортной сети логистики автомобильных дорог в плане застройки города, населенного пункта или в произвольном рельефе местности.

2 шаг. Определяются координаты искомым пунктов, подлежащих соединению кратчайшими линиями.

3 шаг. Изучается пространство застройки трассы между пунктами на предмет ограничения препятствиями различного рода - карстовые зоны.

4 шаг. В зависимости от количества массивов препятствий выбираются метрика для расчета расстояний между пунктами и конфигурация предполагаемой трассировки сети.

5 шаг. Построим полярную сеть Штейнера. Изучаем положения и координаты точек (пунктов), подлежащих соединению.

6 шаг. Проведем дугорадиальные отрезки через искомые точки и построим криволинейный четырехугольник.

7 шаг. Эффективными являются эвристические методы построения трассы; сравниваем расстояние между точками и решаем задачу Штейнера на плоскости с полярной метрикой. Вычисляются расстояния между всеми парами заданных точек.

8 шаг. Методом сравнительного анализа выбираются две точки M_i и M_j , выбираем точки с наименьшими расстояниями. Соединяем эти точки и строим кратчайшее дерево Штейнера, $КДШ_2$.

9 шаг. Сравниваем расстояние между группами из t точек и строим кратчайшее дерево Штейнера, образуется кратчайшее дерево $КДШ_3$.

10 шаг. Строим кратчайшее дерево Штейнера $КДШ_{t+1}$ для группы из $t+1$ точек, здесь требуется определить очередную $t+1$ точку, присоединяемую к дереву.

11 шаг. В общем случае к $КДШ_{t+1}$ присоединяется $КДШ_t$ (3 шаг) в деформированном виде.

12 шаг. Могут оказаться точки, не вошедшие в $КДШ_t$. При необходимости соединяем такие две точки, которые расположены ближе друг к другу.

13 шаг. Такие точки могут образовать новые группы соединяемых точек, которые образуют новые кратчайшие поддеревья.

14 шаг. Кратчайшие поддеревья, образованные 7 шагом, присоединяются друг к другу на основе ближайшего расстояния к $КДШ_t$ при каждом отдельном шаге его построения.

15 шаг. На практике строятся другие варианты конфигурации полярной сети для заданной зоны подвижности криволинейного четырехугольника.

16 шаг. Сравнительным анализом выбирается оптимальная трассировка локальной сети, удовлетворяющая требованиям проектирования с обходом карстовых зон на пути. Производятся укрупненные технико-экономические расчеты сети.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сложность проектирования разветвленных транспортно-логистических сетей автомобильных дорог заключается в том, что оно зависит от многих факторов, таких как рельеф топографической поверхности, препятствия на пути трассировки; от свойства линий, соединяющих заданные пункты. Поэтому инженерно-экономические задачи такого типа являются сложным и многовариантным вопросом, требующим построения нескольких типов сети, отображающих реальные образы дорог. В связи с этим геометрические модели сети отражают не только требуемую конфигурацию, но и общую планировочную структуру рассматриваемой территории в плане топографической поверхности, населенных пунктов и города. Дискретно-локальная оптимизация сети автомобильных дорог рассматривается с позиции плоскости полярной метрикой и построением кратчайших связующих линий для заданных четырех точек. Кратчайшие связующие линии, моделирующие трассу дорог, проводятся с учетом обхода препятствий на пути трассировки. Для этого решена задача для четырех пунктов прокладки трассы, огибающих условные препятствия.

Систематизированы и обобщены некоторые способы определения точки Штейнера, позволяющие построить оптимальную сеть. Методом наименьшего удлинения строится кратчайшее дерево, удовлетворяющее некоторым ранее заданным требованиям. Разработан алгоритм построения трассировки локальной сети для четырех пунктов. На практике алгоритм позволяет построить несколько вариантов сети с обходом препятствий на пути трассы. Преимущество геометрических моделей и предложенных методов подхода решения задач заключается в том, что после каждого шага построения формируется конфигурация сети, если она оптимальна и отвечает предварительно заданным условиям, можно остановиться и провести корректировку сети.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Geraerts R., Overmars M.H. A comparative study of probabilistic roadmap planners // Proceedings of the Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics (WAFR) (15–17 December 2002). Nice, France, 2002, pp. 43–57.
- Kavraki L.E., Latombe J.-C. Randomized preprocessing of configuration space for fast path planning // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (8–13 May 1994). San Diego, CA, USA: IEEE Press, 1994, pp. 2138–2145.
- Халтурин Р.А. Состояние и опыт строительства дорожной сети в России и за рубежом. Экономические науки, 2011, № 74, С. 223–226. // Khalturin R.A. Sostoyanie i opyt stroitel'stva dorozhnoi seti v Rossii i za rubezhom [A condition and the experience of construction of road networks in Russia and abroad]. Ekonomicheskie nauki, 2011, No. 74, pp. 223–226. (In Russ.)
- Kuspekov K.A., Rotkov S.I. (2016). Geometrical methods of tracing of transport-logistic networks. Proceedings of the 26th International Conference on Computer Graphics and Vision (GraphiCon), pp. 531–534.
- Kuspekov K.A. Optimization of geometric models of transport network tracing used in city planning. International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2023, Vol. 48(5/W2-2023), pp. 63–69.
- Неруш М.Ю., Неруш А.Ю. Логистика: учебник и практикум для СПО. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Юрайт, 2019. 559 с. (Серия: Профессиональное образование). // Nerush M.Yu., Nerush A.Yu. Logistika: uchebnik i praktikum dlia SPO [Logistics: textbook and workshop for secondary vocational education]. 5th ed., revised and expanded. Moscow: Yurait Publishing House, 2019. 559 p. (In Russ.)
- Topcon. Official website. URL: <http://www.topconpositioning.eu/0/30/products.html> (accessed: 07.07.2013).
- Герштейн А.М., Терехов А.Н. Маршрутизация транспорта при наличии опасных участков на дороге (на примере города Спрингфилда, Массачусетс). Компьютерные инструменты в образовании, 2022, № 2, С. 5–18. // Gerstein A.M., Terekhov A.N. Marshrutizatsiya transporta pri nalichii opasnykh uchastkov na doroge (na primere goroda Springfield, Massachusetts) [Transport routing in the presence of hazardous road sections]. Kompyuternye instrumenty v obrazovanii, 2022, No. 2, pp. 5–18. (In Russ.)
- Есмуханов Ж.М., Куспеков К.А. Особенности плоскости с полярной метрикой. Вестник КазНТУ, 2005, № 6(50), С. 226–230. // Esmukhanov Zh.M., Kuspekov K.A. Osobennosti ploskosti s polyarnoi metrikoi [Features of a plane with polar metric]. Vestnik KazNTU, 2005, No. 6(50), pp. 226–230. (In Russ.)
- Жигалов К.Ю., Ключкова Е.Н. Решение задачи построения оптимального маршрута движения транспорта по пересеченной местности с использованием ГИС. Московский экономический журнал, 2020, № 1. // Zhigalov K.Yu., Klochkova E.N. Reshenie zadachi postroeniya optimal'nogo marshruta dvizheniya transporta po peresechennoi mestnosti s

- ispol'zovaniem GIS [Solving the problem of optimal vehicle routing over rough terrain using GIS]. *Moskovskii ekonomicheskii zhurnal*, 2020, No. 1. (In Russ.)
- Куспеков К.А., Волков В.Я. Определение оптимальной топологии кратчайшего дерева для четырех точек плоскости с полярной метрикой. *Вестник СибАДИ*, 2011, Вып. 1(19), С. 66–68. // Kuspekov K.A., Volkov V.Ya. Opredelenie optimal'noi topologii krachaishego dereva dlya chetyrekh tochek ploskosti s polyarnoi metrikoi [Determination of the optimal topology of the shortest tree for four points of a plane with polar metric]. *Vestnik SibADI*, 2011, Issue 1(19), pp. 66–68. (In Russ.)
- Немчинов Д.М., Кочетков А.В. Анализ планировочных схем сетей автомобильных дорог. Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ», 2016, Т. 8, № 5 (сентябрь–октябрь). URL: <http://naukovedenie.ru//Nemchinov D.M., Kochetkov A.V. Analiz planirovochnykh skhem setei avtomobil'nykh dorog> [Analysis of planning schemes of road networks]. Internet journal "NAUKOVEDENIE", 2016, Vol. 8, No. 5. (In Russ.)
- Пегин П.А., Немчинов Д.М., Ильин А.А. Анализ эффективности развития сети автомобильных дорог. *Бюллетень результатов научных исследований*, 2023, Вып. 2, С. 71–80. <https://doi.org/10.20295/2223-9987-2023-2-71-80> // Pegin P.A., Nemchinov D.M., Il'in A.A. Analiz effektivnosti razvitiya seti avtomobil'nykh dorog [Analysis of efficiency of road network development]. *Byulleten' rezul'tatov nauchnykh issledovaniy*, 2023, Issue 2, pp. 71–80. (In Russ.)
- Плехова А.А. Метод оптимального решения базовой задачи о кратчайшем скруглении. *Информатика: сборник научных трудов*. Киев: Наукова думка, 1998, Вып. 5, С. 124–126. // Plekhova A.A. Metod optimal'nogo resheniya bazovoi zadachi o krachaishem skruglenii [Method of optimal solution of the basic problem of shortest rounding]. *Informatika: sbornik nauchnykh trudov*. Kyiv: Naukova Dumka, 1998, Issue 5, pp. 124–126. (In Russ.)
- Щербakov В.С., Кoryтов М.С. Оптимизация трассы автомобильной дороги на рельефе с препятствиями методом вероятностной дорожной карты. *Вестник СибАДИ*, 2012, № 6(28), С. 88–92. // Shcherbakov V.S., Korytov M.S. Optimizatsiya trassy avtomobil'noi dorogi na rel'efe s prepyatstviyami metodom veroyatnostnoi dorozhnoi karty [Optimization of road alignment on terrain with obstacles using the probabilistic roadmap method]. *Vestnik SibADI*, 2012, No. 6(28), pp. 88–92. (In Russ.)

Авторлар туралы мәліметтер
Информация об авторах
Information about authors



Құспеков Қайырбек Әмірғазыұлы – техникалық ғылымдарының кандидаты. Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы қ., Қазақстан

Куспеков Кайырбек Амиргазыұлы – кандидат технических наук. Казахский национальный исследовательский технический университет, г. Алматы, Казахстан

Kuspekov Kaiyrbek Amirgazyuly – candidate of technical sciences. K.I. Satpayev Kazakh National Research Technical University, Almaty, Kazakhstan

e-mail: kuspekov@satbayev.university

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2315-9634>